



La surface dans laquelle le chien Bobby peut évoluer à chaque instant est visualisée sur le schéma par l'aire colorée. Elle est le double de l'aire hachurée par raison de symétrie par rapport à (CD).

L'aire hachurée A_1 est la différence entre l'aire du secteur circulaire (CBD) et celle du triangle CBD.

Appelons A_2 l'aire du secteur circulaire (CBD).

Les triangles CAB et ADB sont des triangles équilatéraux de côté 1 m (rayon de chaque cercle : les points A et B sont les centres respectifs et correspondent aux positions de Monsieur et Madame Têtu). Donc les angles \widehat{CBA} et \widehat{ABD} sont des angles de 60° et par suite l'angle \widehat{CBD} mesure 120° .

L'aire A_2 est donc égale à $\frac{1}{3}$ de l'aire du disque de centre B et de rayon 1m.

$$\text{Donc } A_2 = \frac{1}{3}(\pi \cdot 1^2)$$

$$A_2 = \frac{1}{3} \pi$$

Appelons A_3 l'aire du triangle CBD.

$$BC=BD=1\text{m}$$

L'angle CBD mesure 120° .

On peut calculer l'aire A_3 de diverses façons (au niveau collège on peut utiliser les relations trigonométriques dans le triangle rectangle pour calculer les longueurs de côtés). J'utilise ici la formule : $A_3 = \frac{1}{2} BC * BD * \sin(\widehat{CBD})$

$$\text{Donc } A_3 = \frac{1}{2} * 1 * 1 * \sin(120^\circ)$$

$$A_3 = \frac{1}{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Donc, en m^2 , l'aire hachurée A_1 est :

$$A_1 = A_2 - A_3 = \frac{1}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

La surface disponible, en m^2 , pour le chien à chaque instant est :

$$2 * A_1 = \frac{2}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 1,228 \text{ m}^2$$